



Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

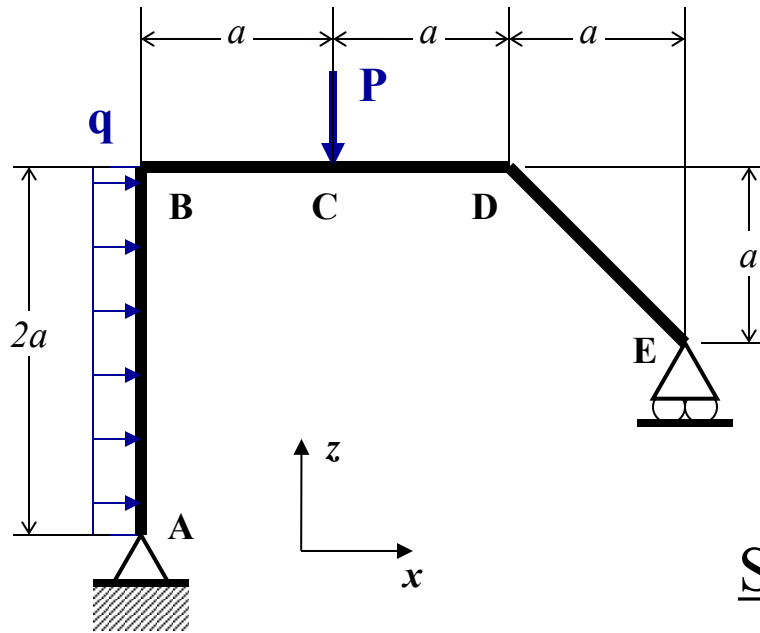


Wykład 1b

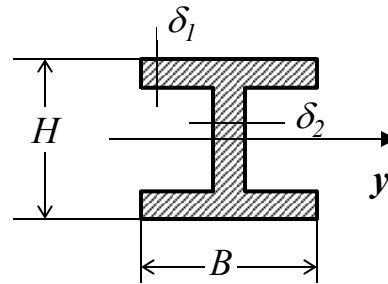
Ramy płaskie statycznie wyznaczalne

Obciążone w swojej płaszczyźnie
(*ściśle płaskie*)

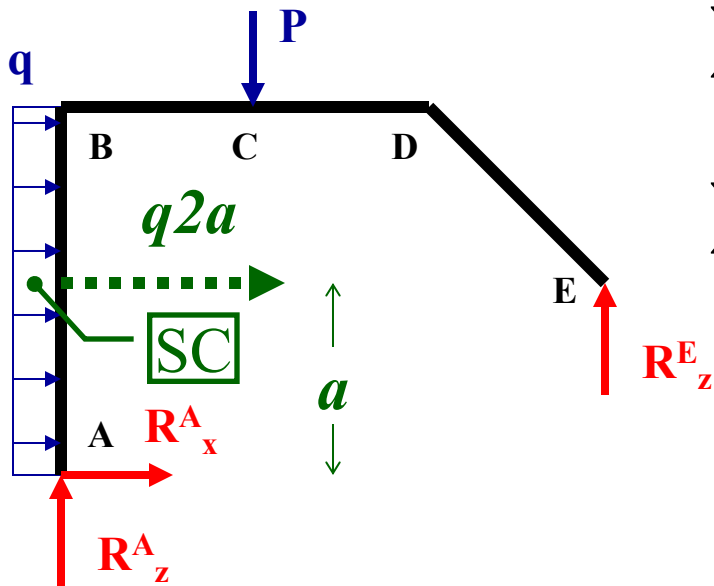
Zad.1. Rozwiązać ramę ściśle płaską (obciążoną w płaszczyźnie)



Dane: $P=12\text{kN}$, $q=6\text{kN/m}$, $a=1\text{m}$



Schemat statyczny i określenie reakcji:



$$\sum F_x = 0: R_x^A + q \cdot 2a = 0 \rightarrow R_x^A = -2qa = -12\text{kN}$$

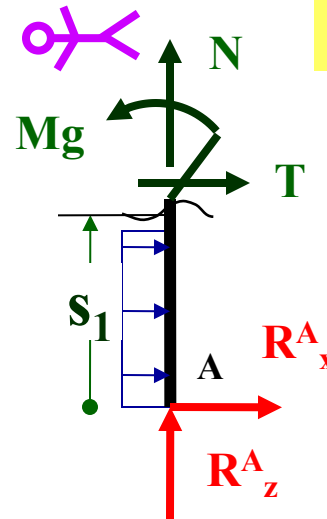
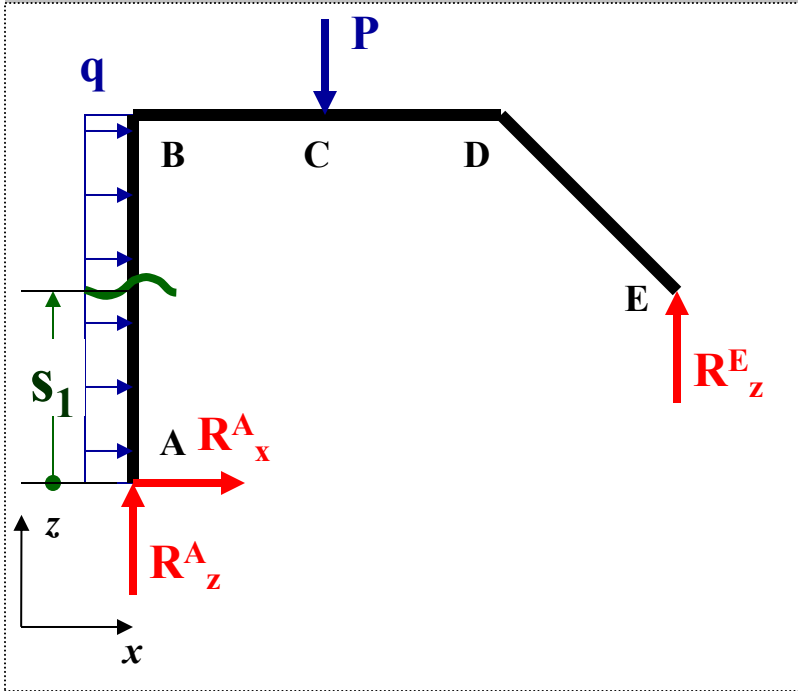
$$\sum M_{pA} = 0: -q \cdot 2a \cdot a - P \cdot a + R_z^E \cdot 3a = 0$$

$$\rightarrow R_z^E = \frac{2}{3}qa + \frac{1}{3}P = 8\text{kN}$$

$$\sum F_z = 0: R_z^A - P + R_z^E = 0$$

$$\rightarrow R_z^A = P - R_z^E = 4\text{kN}$$

Wyznaczenie składowych wysiłku przekroju **N**, **T**, **Mg** (4 przedziały)



Przedział I (A÷B)

Suma sił w osi pręta:

$$N + R_z^A = 0$$

$$\rightarrow N = -R_z^A = -4kN$$

Suma sił $\perp$ do osi pręta:

$$-q \cdot s_1 - T - R_x^A = 0$$

$$\rightarrow T(s) = 12kN - q \cdot s_1$$

Suma momentów wzgl. p.p.:

$$q \cdot s_1 \cdot \frac{s_1}{2} + R_x^A \cdot s_1 + Mg = 0$$

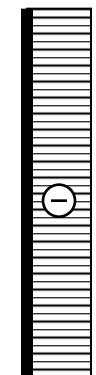
$$\rightarrow Mg(s) = 12kN \cdot s_1 - q \cdot \frac{s_1^2}{2}$$

N(s)

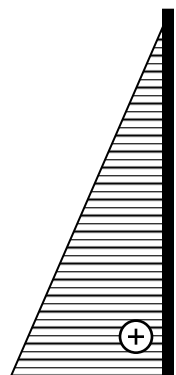
T(s)

Mg(s)

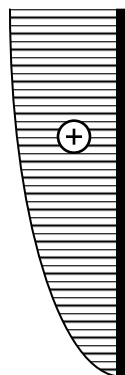
12kNm



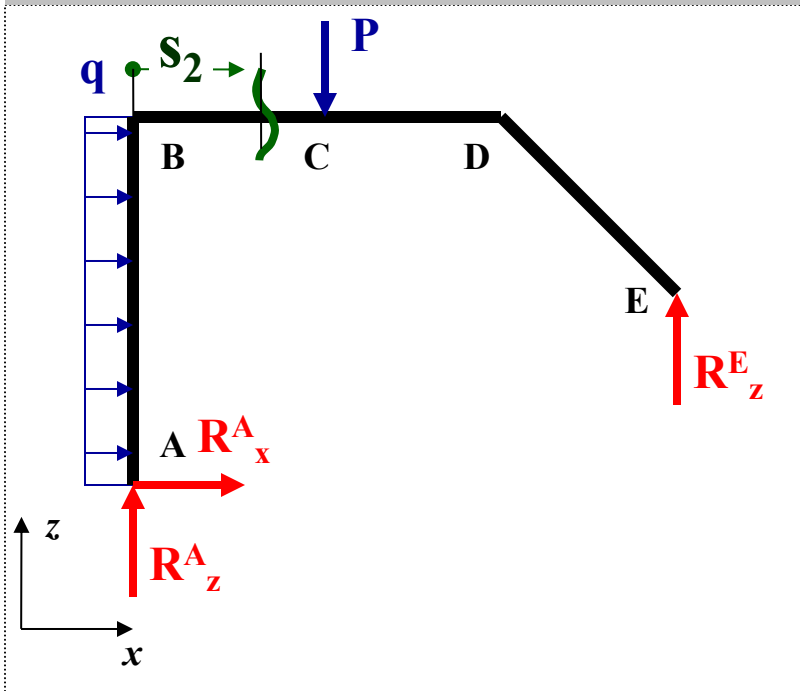
-4kN



12kN



Wyznaczenie składowych wysiłku przekroju **N**, **T**, **Mg** (4 przedziały)



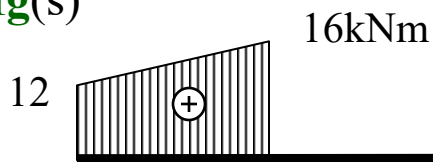
N(s)



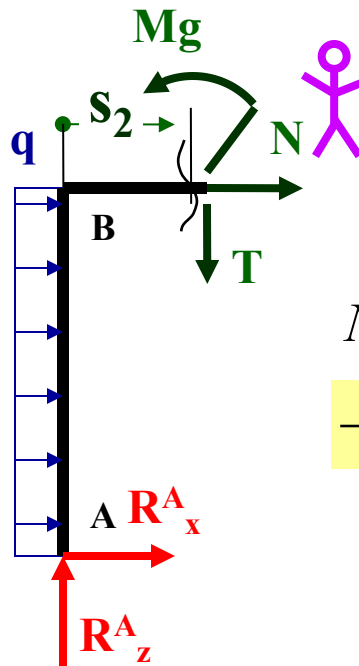
T(s)



Mg(s)



Przedział II (B÷C)



Suma sił w osi pręta:

$$N + R_x^A + q \cdot 2a = 0$$

$$\rightarrow N(s) = -R_x^A - q \cdot 2a = 0$$

Suma sił $\perp$ do osi pręta:

$$-T + R_z^A = 0$$

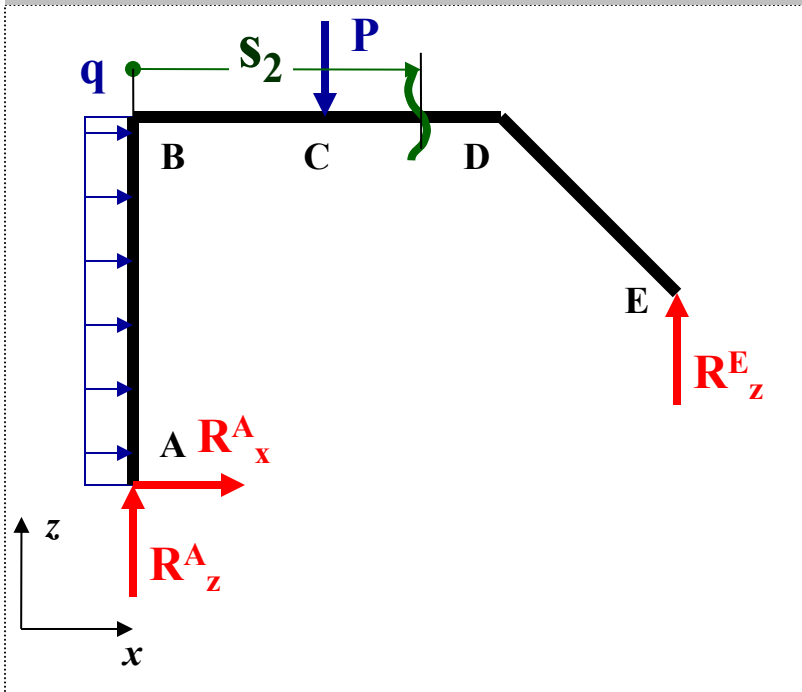
$$\rightarrow T(s) = 4kN$$

Suma momentów wzgl. p.p.:

$$q \cdot 2a \cdot \frac{2a}{2} + R_x^A \cdot 2a - R_z^A \cdot s_2 + Mg = 0$$

$$\rightarrow Mg(s) = -R_x^A \cdot 2a - 2qa^2 + R_z^A \cdot s_2$$

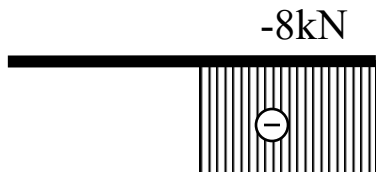
Wyznaczenie składowych wysiłku przekroju **N**, **T**, **Mg** (4 przedziały)



N(s)



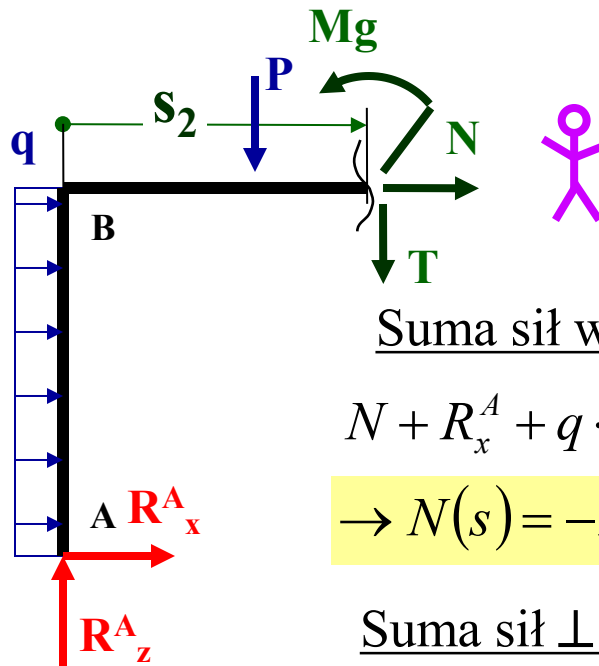
T(s)



Mg(s)



Przedział III (C÷D)



Suma sił w osi pręta:

$$N + R_x^A + q \cdot 2a = 0$$

$$\rightarrow N(s) = -R_x^A - q \cdot 2a = 0$$

Suma sił $\perp$ do osi pręta:

$$-T + R_z^A - P = 0$$

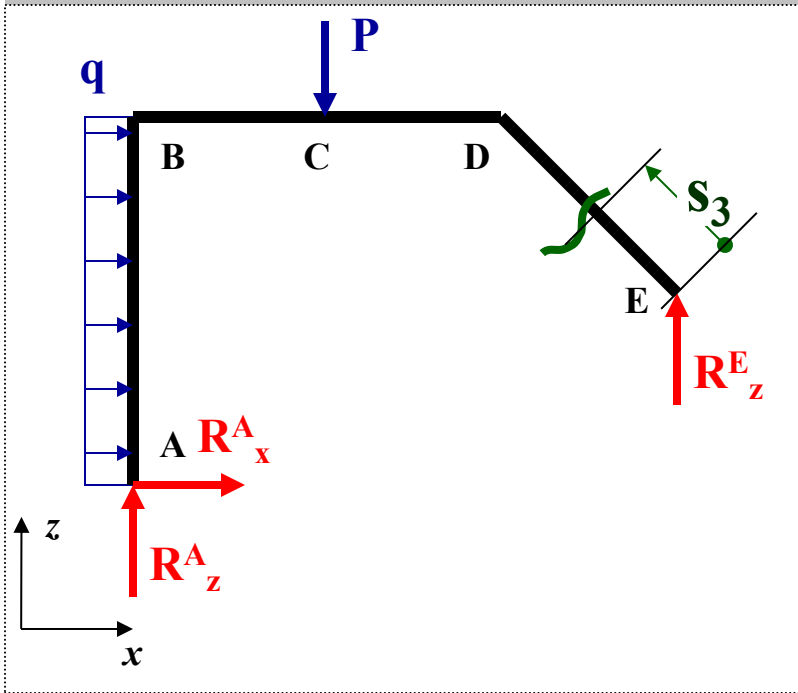
$$\rightarrow T(s) = -8kN$$

Suma momentów wzgl. p.p.:

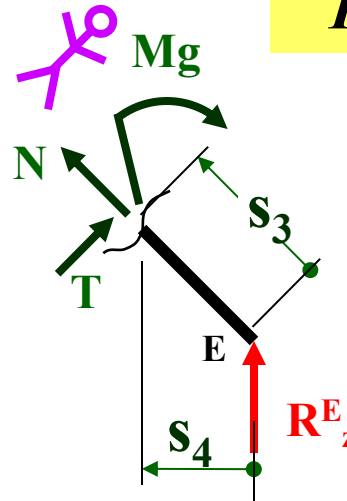
$$q \cdot 2a \cdot \frac{2a}{2} + R_x^A \cdot 2a - R_z^A \cdot s_2 + P(s_2 - a) + Mg = 0$$

$$\rightarrow Mg(s) = -R_x^A \cdot 2a - 2qa^2 + R_z^A \cdot s_2 - P(s_2 - a)$$

Wyznaczenie składowych wysiłku przekroju **N**, **T**, **Mg** (4 przedziały)



Przedział IV (D÷E)



Suma sił w osi pręta:

$$N + R_z^E \sqrt{2}/2 = 0$$

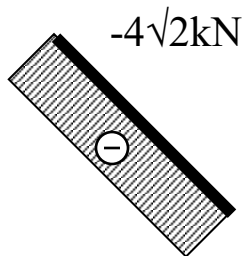
$$\rightarrow N = -4\sqrt{2}kN$$

Suma sił $\perp$ do osi pręta:

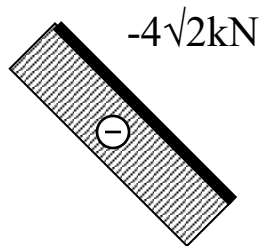
$$T + R_z^E \sqrt{2}/2 = 0$$

$$\rightarrow T(s) = -4\sqrt{2}kN$$

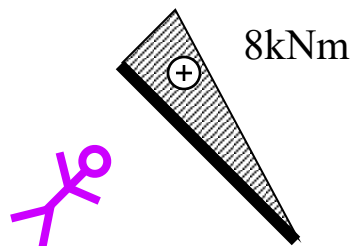
N(s)



T(s)



Mg(s)

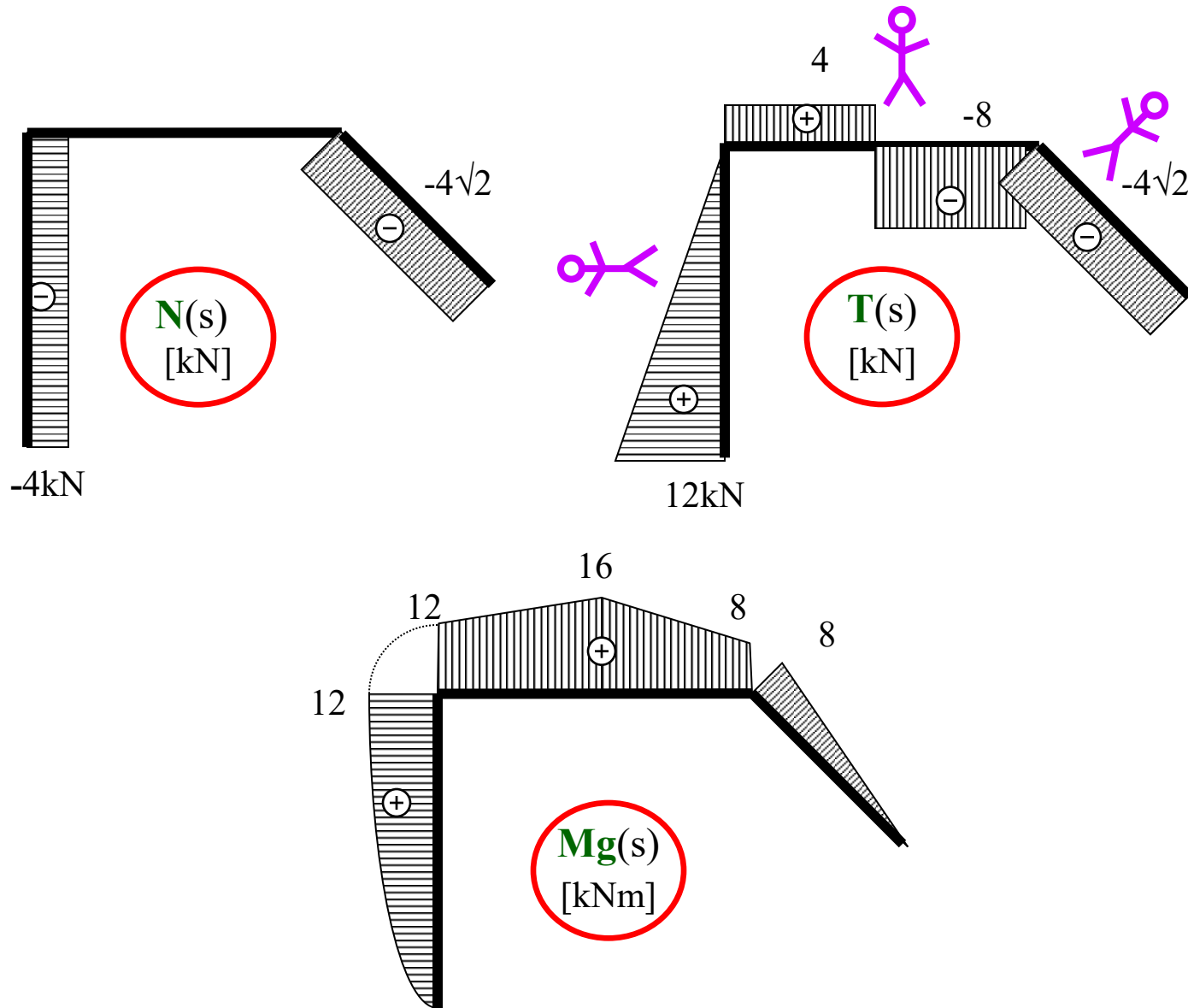


Suma momentów wzgl. p.p.:

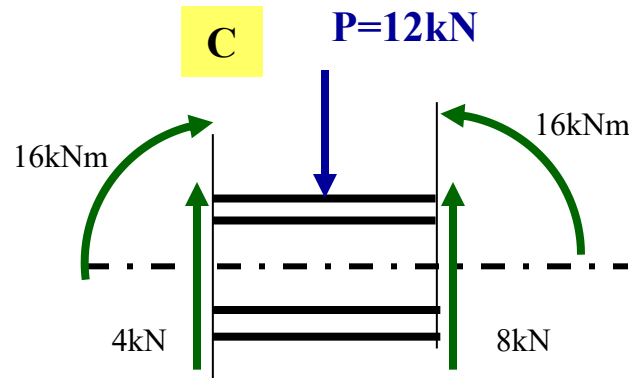
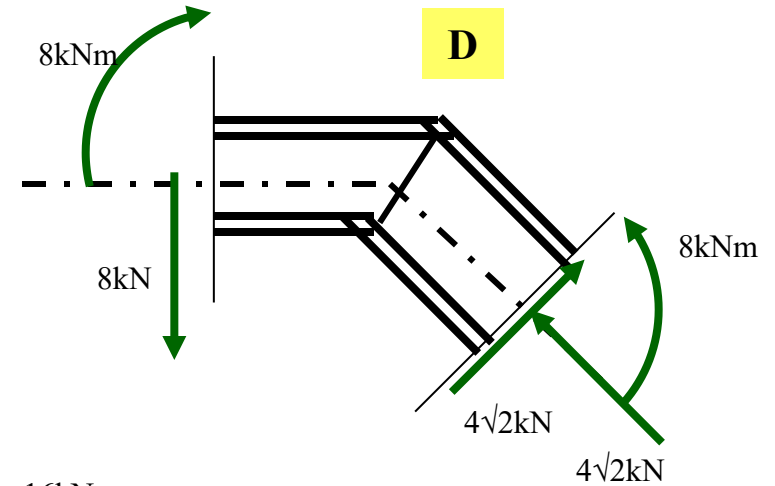
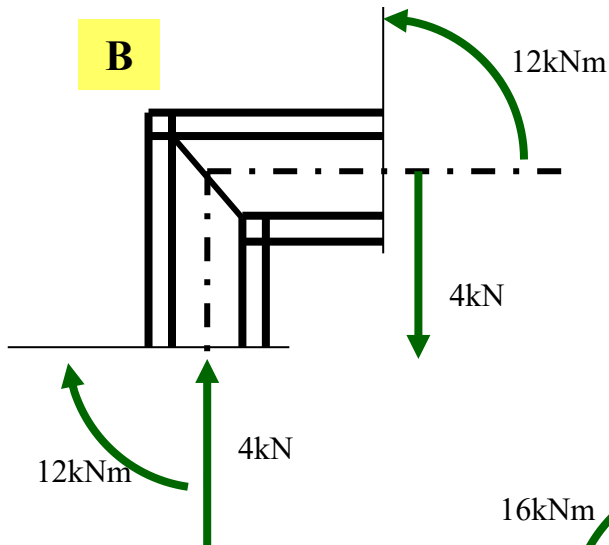
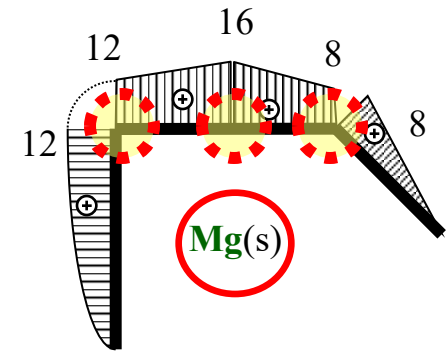
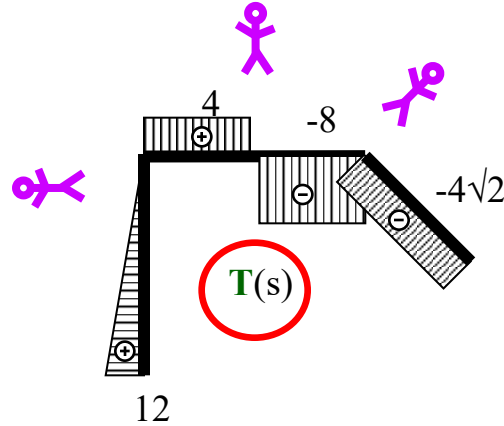
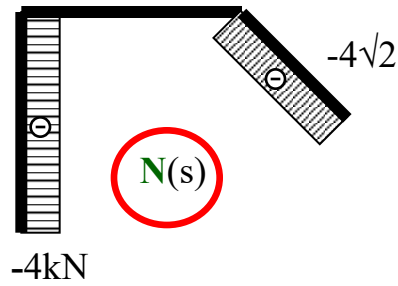
$$R_z^E \cdot s_4 - Mg = 0$$

$$\rightarrow Mg(s) = R_z^E \cdot s_4$$

Składowe wysiłku przekroju **N**, **T**, **Mg**

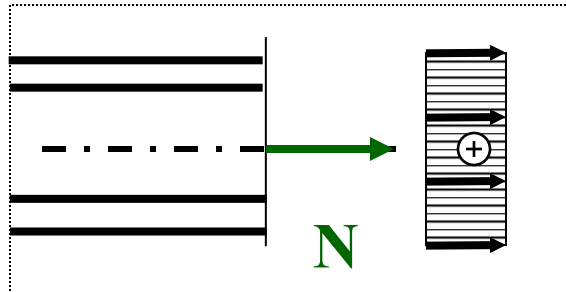


Statyka naroży

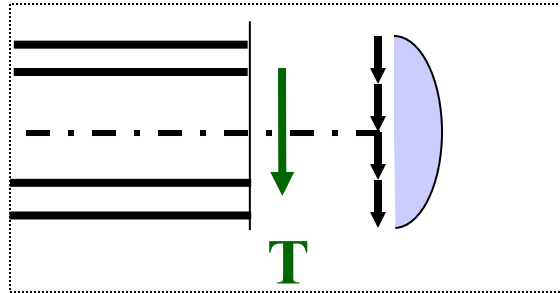


Stan naprężenia i charakterystyki geometryczne przekroju

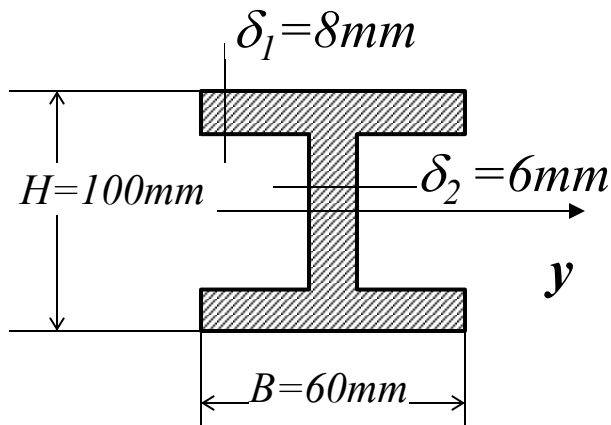
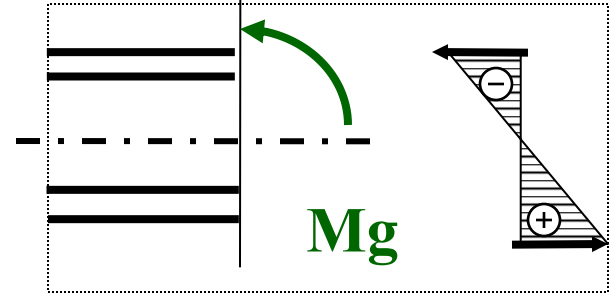
$$N(s) \rightarrow \sigma_N = \frac{N}{A}$$



$$T \rightarrow \tau_T = \frac{T \cdot S_y}{J_y \cdot b}$$



$$Mg(s) \rightarrow \sigma_{Mg} = -\frac{Mg \cdot z}{J_y}$$



$$A = B \cdot H - (B - \delta_2) \cdot (H - 2\delta_1)$$

$$A = 60 \cdot 100 - (60 - 6) \cdot (100 - 2 \cdot 8) = 1464 \text{ mm}^2$$

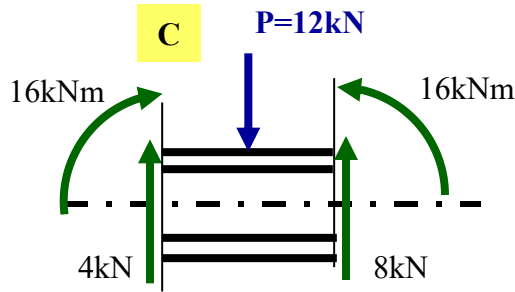
$$J_y = \int_A z^2 dA = \frac{B \cdot H^3}{12} - \frac{(B - \delta_2) \cdot (H - 2\delta_1)^3}{12}$$

$$J_y = \frac{6 \cdot 10^3}{12} - \frac{(6 - 0,6) \cdot (10 - 2 \cdot 0,8)^3}{12} = 233,3 \text{ cm}^4$$

$$w_y = \frac{J_y}{z_{extr}} = \frac{J_y}{H/2}$$

$$w_y = \frac{2 \cdot 233,3}{10} = 46,7 \text{ cm}^3$$

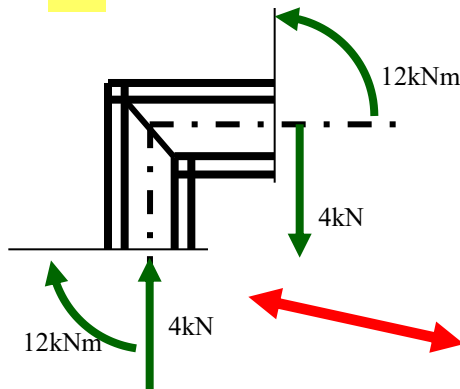
Stan naprężenia



$$\sigma_{Mg}^{extr} = \frac{16000 \text{ Nm}}{46,7 \text{ cm}^3} = 343 \text{ MPa}$$

$$\tau_T^{extr} = \frac{T \cdot S_y(0)}{J_y \cdot \delta_2} \cong \tau_{sr} = \frac{T}{(H - 2\delta_1) \cdot \delta_2} = \frac{8000 \text{ N}}{(100 - 2 \cdot 8) \cdot 6 \text{ mm}^2} = 16 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{red}^H = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \cong \sigma_{Mg}^{extr} = 343 \text{ MPa}$$

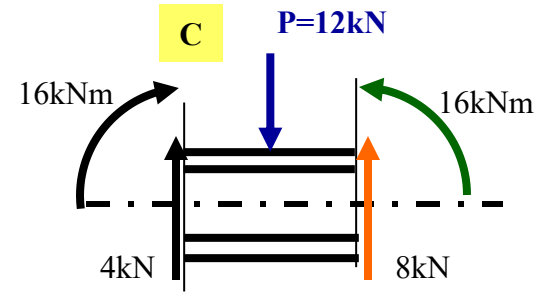


$$\sigma_{Mg}^{extr} = \frac{12000 \text{ Nm}}{46,7 \text{ cm}^3} = 257 \text{ MPa}$$

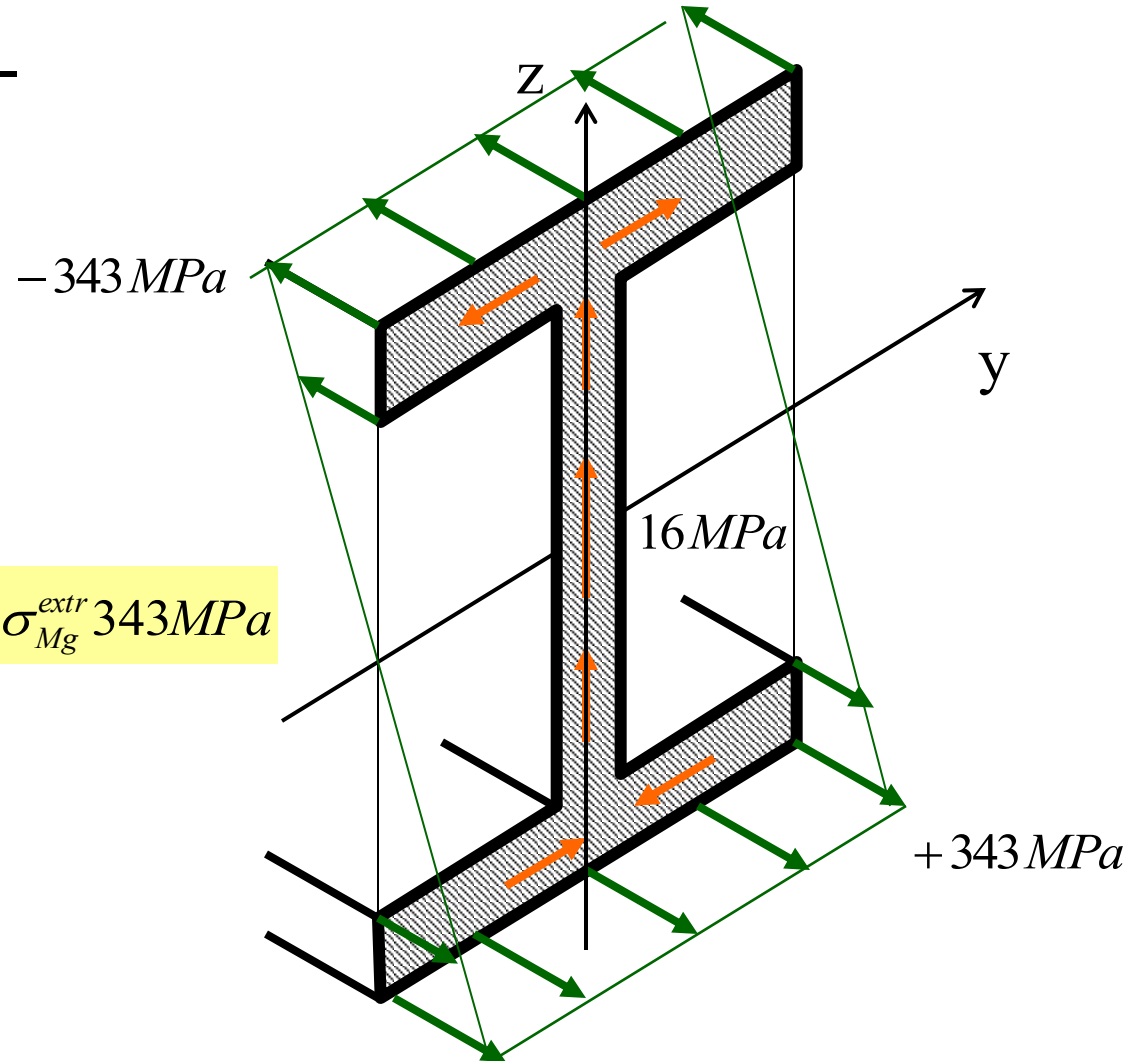
$$\sigma_N = \frac{-4000 \text{ N}}{1464 \text{ mm}^2} = -2,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{red}^H = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sigma_{Mg}^{extr} + |\sigma_N| = 260 \text{ MPa}$$

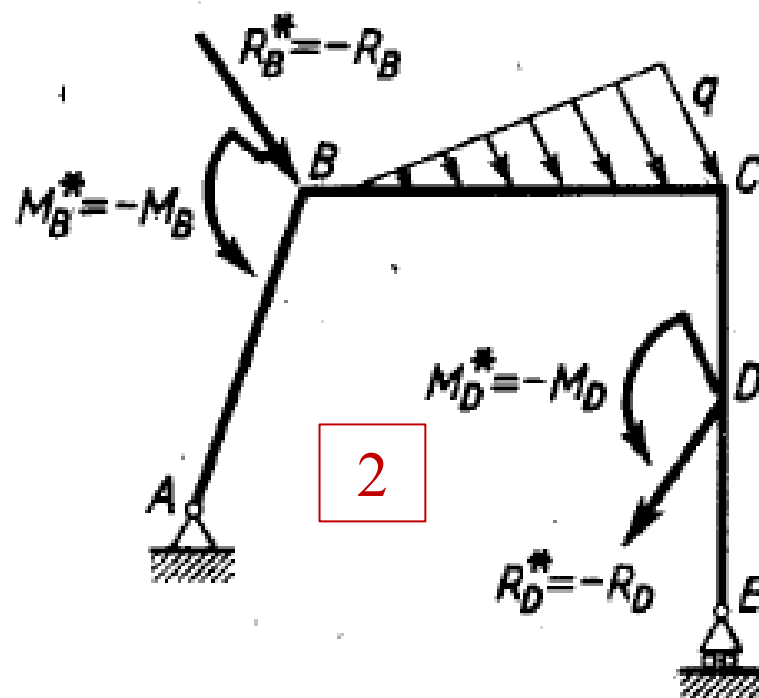
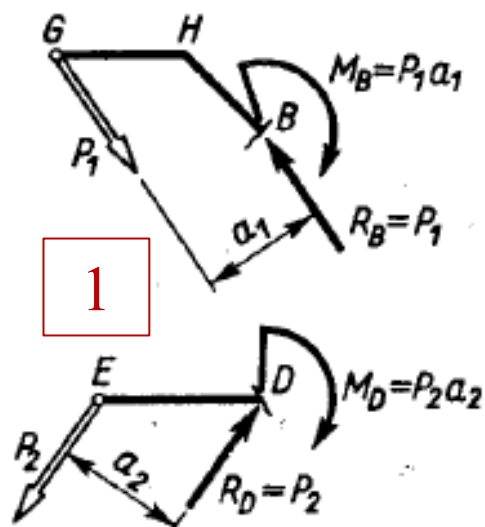
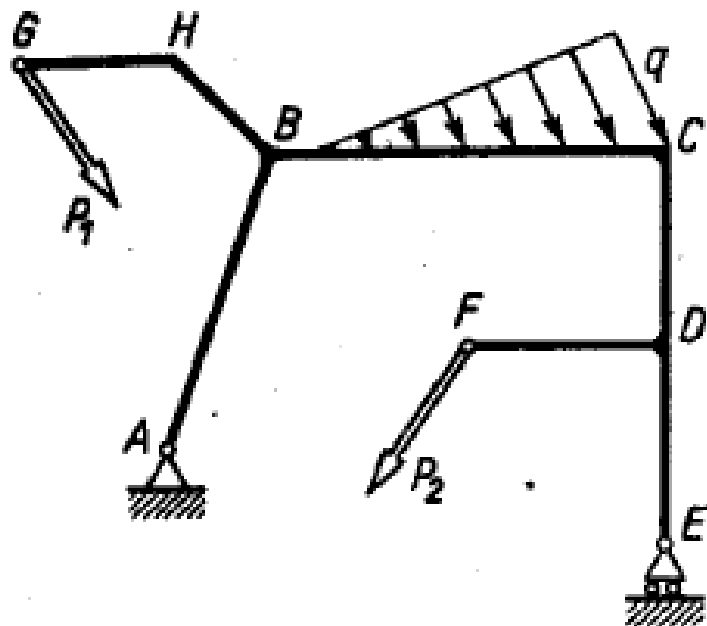
Stan naprężenia



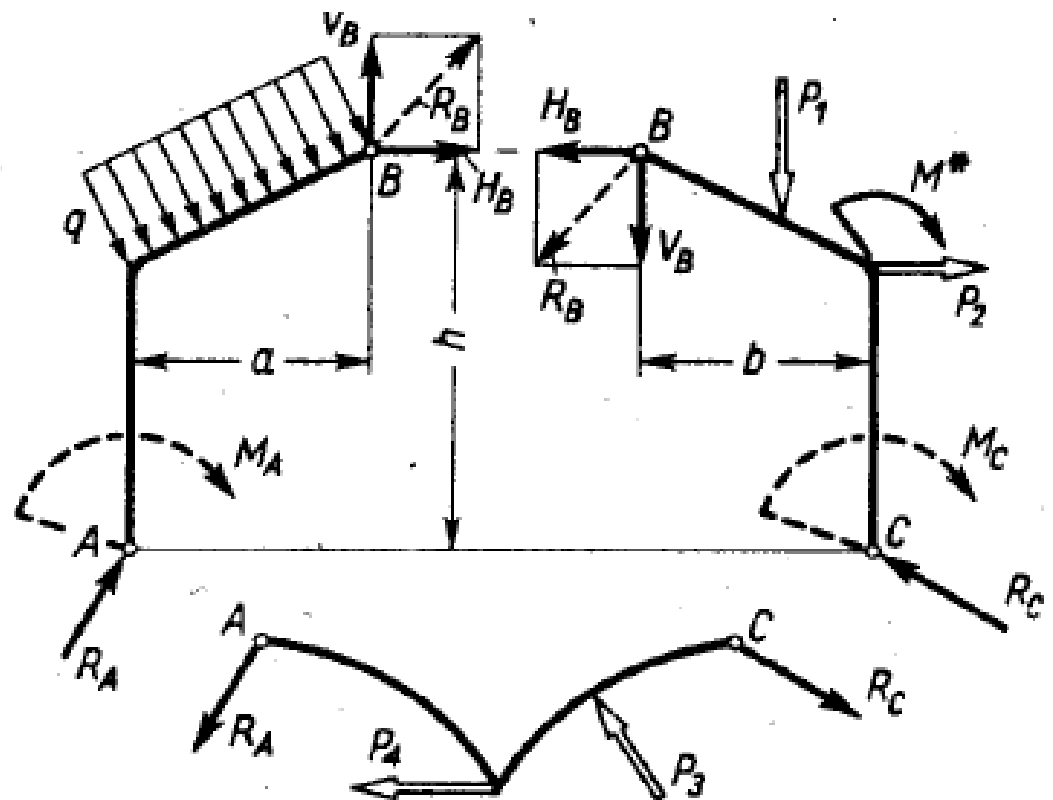
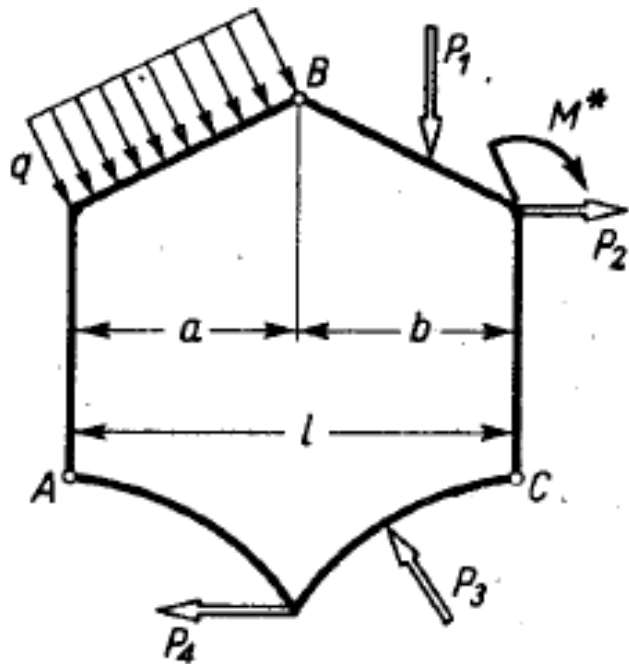
$$\sigma_{red}^H = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \cong \sigma_{Mg}^{extr} 343\text{MPa}$$



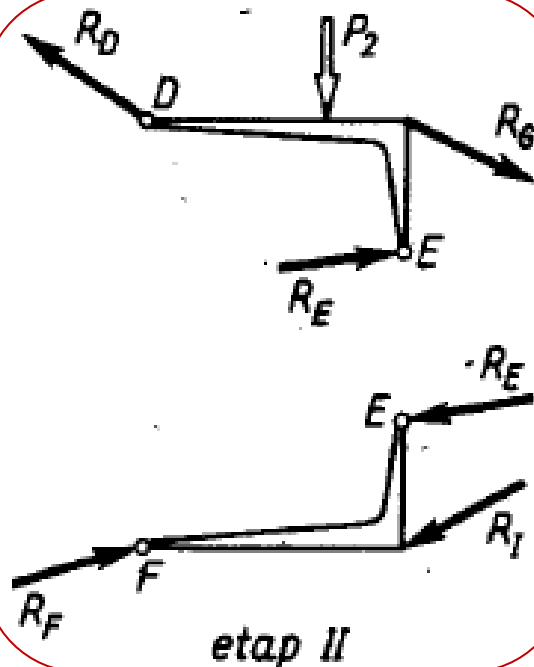
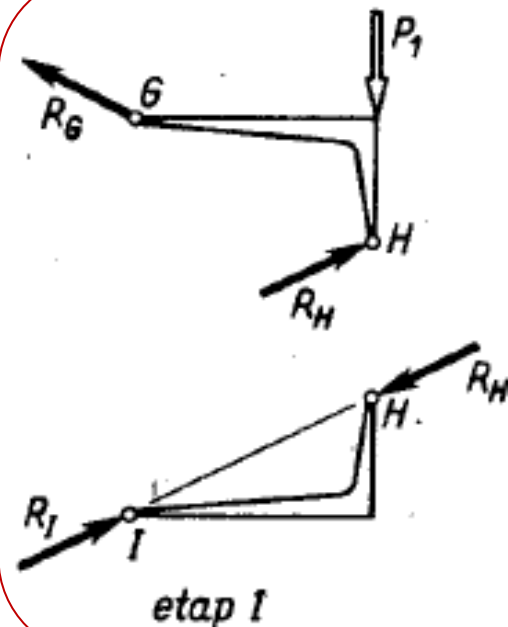
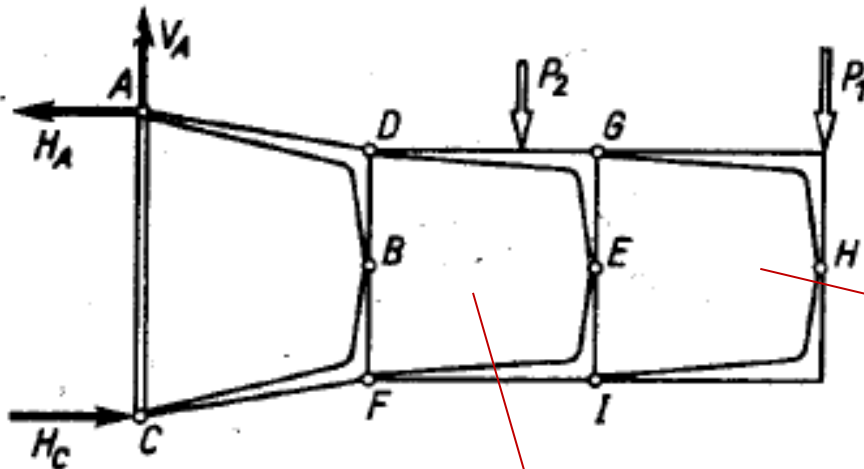
Analiza ramy ściśle płaskiej z odgałęzzeniami



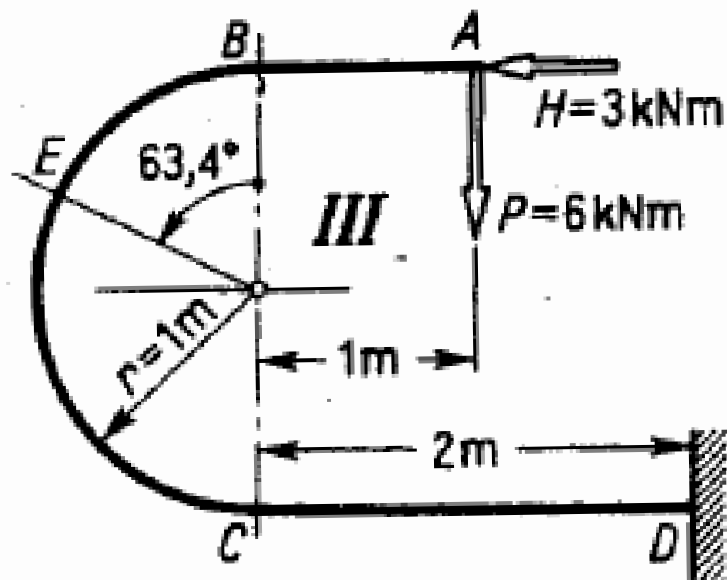
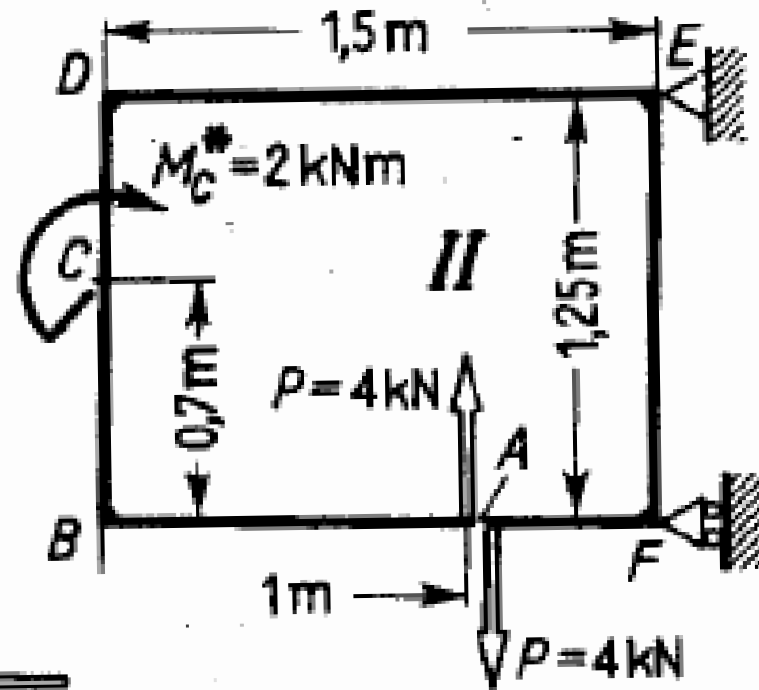
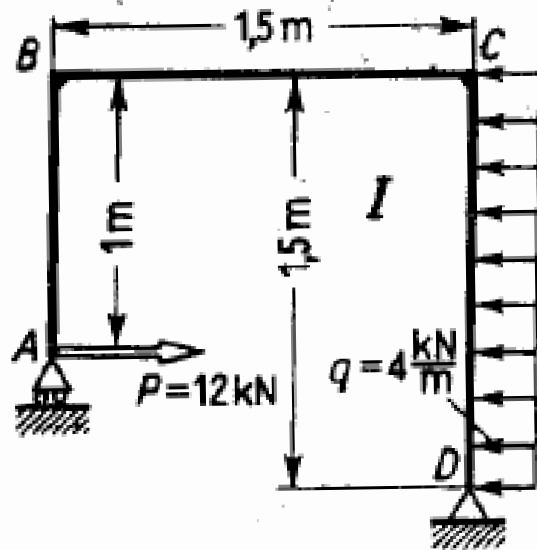
Rama tróprzegubowa: określenie reakcji w przegubach



Przykład ustroju ramowego statycznie wyznaczalnego



Przykłady zadań z ram płaskich statycznie wyznaczalnych



Przykłady zadań z ram płaskich statycznie wyznaczalnych

